Meccanica applicata alle macchine - Esercizi capitolo 12

Esercizio 04 (TESTO)

Con riferimento alla piattaforma in Figura 12.14 (sinistra), trascurando gli attriti, si determini la forza orizzontale F_o agente sul pattino motore (punto **B**) a fronte di un carico verticale assegnato F_v, agente sul punto medio della piattaforma; si risolva il problema sia tramite analisi delle forze che con l'equazione delle potenze e si confrontino i risultati.

Per comodità del lettore, si riporta la figura 12.14.

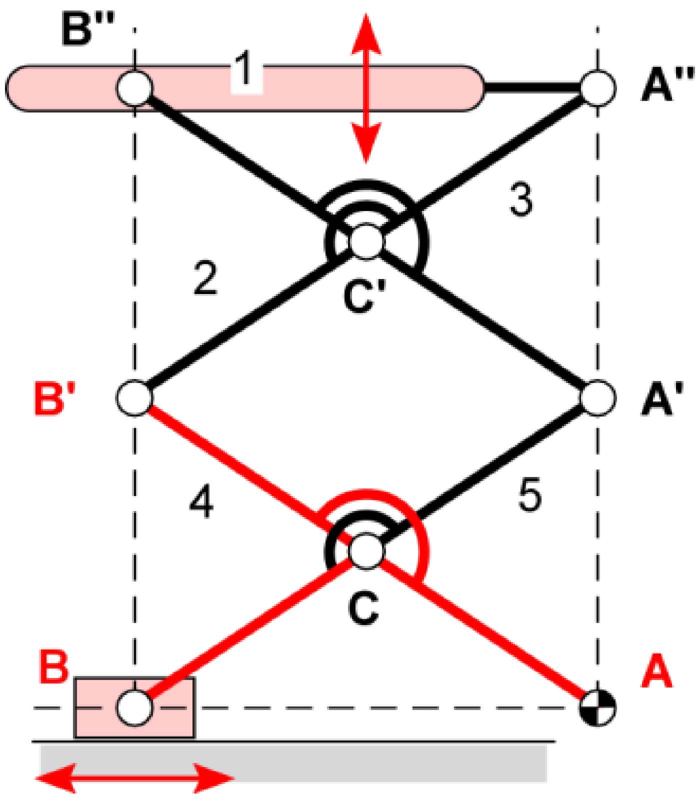

Figura 1: meccanismo di fig. 12.14

- ## Esercizio 04 (SOLUZIONE)

- ### prima domanda

ANALISI DELLE FORZE

La forza F_v nel mezzo della piattaforma 1si suddivide simmetricamente sui punti **A**" e **B**", in due forze $C=F_v/2$. Si chiami h la distanza fra due punti verticali consecutivi e b quella fra due punti affiancati in orizzontale.

Si consideri l'equilibrio alle traslazioni del sotto-sistema costituito dalle due aste 2 e 3:

$$
\begin{aligned}
R_{oB'} + R_{oA'} &= 0 \\
R_{vB'} + R_{vA'} + 2C &= 0
\end{aligned} \tag{1}
$$

e quello alle rotazioni, ad esempio, dell’asta 2, con polo in **C**’:

$$
-R_{vB'}\frac{b}{2} + R_{oB'}\frac{h}{2} + C\frac{b}{2} = 0 \tag{2}
$$

Inoltre, per la simmetria del sistema si avrà:

$$
R_{vB'} = R_{vA'} = -C \tag{3}
$$

Risolvendo si ottiene:

$$
R_{oB'} = -R_{oA'} = -2C\frac{b}{h} \tag{4}
$$

Le (3) e (4) sono le forza applicate al sottosistema considerato nei punti **A**’ e **B**’.

Si consideri ora il sotto-sistema formato dalle aste 4 e 5, caricato con le forze appena calcolate, cambiate di segno, e se ne scriva l’equilibrio alle traslazioni:

$$
\begin{aligned}
R_{oB} + R_{oA} &= 0 \\
R_{vB} + R_{vA} + 2C &= 0
\end{aligned} \tag{5}
$$

e quello alle rotazioni, ad esempio, dell’asta 4, con polo in **C**:

$$
-R_{vB}\frac{b}{2} + R_{oB}\frac{h}{2} + R_{vA'}\frac{b}{2} - R_{oA'}\frac{h}{2} + = 0 \tag{6}
$$

Tenendo sempre conto della simmetria del sistema si può risolvere in R_{oB} che è la forza cercata:

$$
R_{oB} = 4C\frac{b}{h} \tag{7}
$$

Si osservi che:

- la forza orizzontale sul pattino in **B** dipende dalla posizione della piattaforma (rapporto *b/h*), e tende a crescere all’abbassarsi della piattaforma stessa, fino a diventare infinita se essa “collassasse” in nella configurazione in cui tutti i punti sono allineati in orizzontale (altezza nulla). Per questo motivo, le piattaforme reali: a) spesso hanno una geometria che non ne consente il “collasso”; b) spesso hanno attuatori applicati a punti diversi dal punto **B** qui esaminato.
- all’aumentare del numero delle coppie di aste (qui due coppie, 2 e 3, 3 e 4), cresce la forza orizzontale necessaria a muovere un carico verticale. Si lascia al lettore il compito di provare a aggiungere una o più ulteriori coppie di aste e scoprire che le forze orizzontali applicate a un pattino sulla base della piattaforma diventerebbero, in generale:

$$
R_o = 2n_{coppie}C\frac{b}{h} = n_{coppie}\frac{b}{h}F_v \tag{8}
$$

- **prima domanda**

ANALISI DELLE POTENZE

Per calcolare la forza sul pattino in B a fronte di una forza verticale applicata alla piattaforma P è sufficiente eguagliare le potenze:

$$R_{oB}v_B + F_v v_P = 0 \tag{9}$$

e poi trovare la relazione fra le due velocità v_B e v_P

Prendendo in considerazione una singola coppia di aste, in base a considerazioni elementari si ha:

$$h(t) = \sqrt{l^2 - b(t)^2} \tag{10}$$

in cui *l* è la lunghezza, costante, delle aste.

Differenziando rispetto al tempo, si ottiene:

$$\dot{h} = \frac{dh}{db}\frac{db}{dt} = -\frac{b}{\sqrt{l^2 - b^2}}\dot{b} = -\frac{b}{h}\dot{b} \tag{11}$$

In presenza di più coppie di aste, a fronte di una variazione della larghezza della base, ciascuna avrà una sua (identica) variazione di h, per cui è facile ottenere la relazione generale, essendo, pertanto:

$$\begin{aligned} v_p &= \dot{h} = -n_{coppie}\frac{b}{h}\dot{b} \\ v_B &= \dot{b} \end{aligned} \tag{12}$$

da cui, sostituendo nella (9) si ottiene la relazione cercata, ovviamente coincidente con quella ottenuta con approccio statico:

$$R_{oB} = -\frac{v_P}{v_B}F_v = n_{coppie}\frac{b}{h}F_v \tag{13}$$

FINE ESERCIZIO 4