Meccanica applicata alle macchine - Esercizi capitolo 12

Esercizio 03 (TESTO)

Con riferimento al meccanismo di Whitworth di Figura 12.13, si effettui l'analisi cinematica di velocità e accelerazione , con metodi grafici, nella posizione in figura.
Per comodità del lettore, si riporta la figura 12.13 (solo meccanismo di Whitworth).

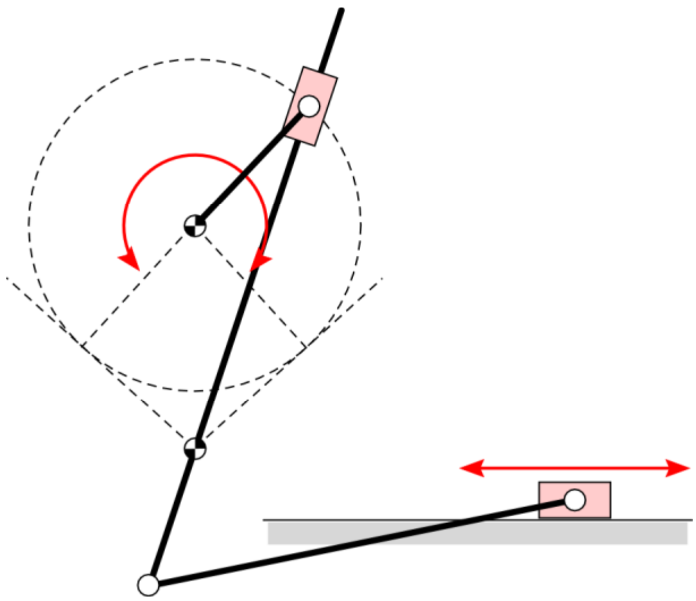

Figura 1: meccanismo di Whitworth (da fig. 12.13)

• Esercizio 03 (SVOLGIMENTO)

- **prima domanda**

ANALISI DI VELOCITA'

Per effettuare l'analisi di velocità, anche con metodo grafico, è preliminarmente indispensabile definire la geometria e la posizione del sistema (Figura 2 e Figura 3)

Assumendo un'opportuna scala per la grafica, si ha:

$$
\begin{aligned}
&l_2 = 180mm \\
&l_{4\_AC} = 160mm \\
&l_5 = l_{CD} = 480mm \\
&l_{1\_OA} = 250mm \\
&l_{1\_OE} = 330mm \\
&\vartheta_2 = 43° \text{ (valore della coordinata libera nella posizione in figura)}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

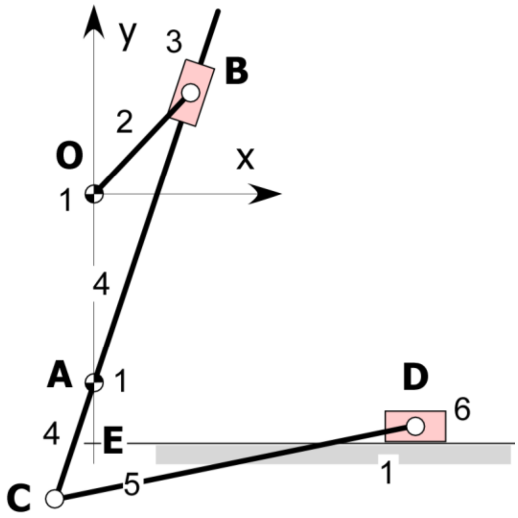

Figura 2: topologia meccanismo

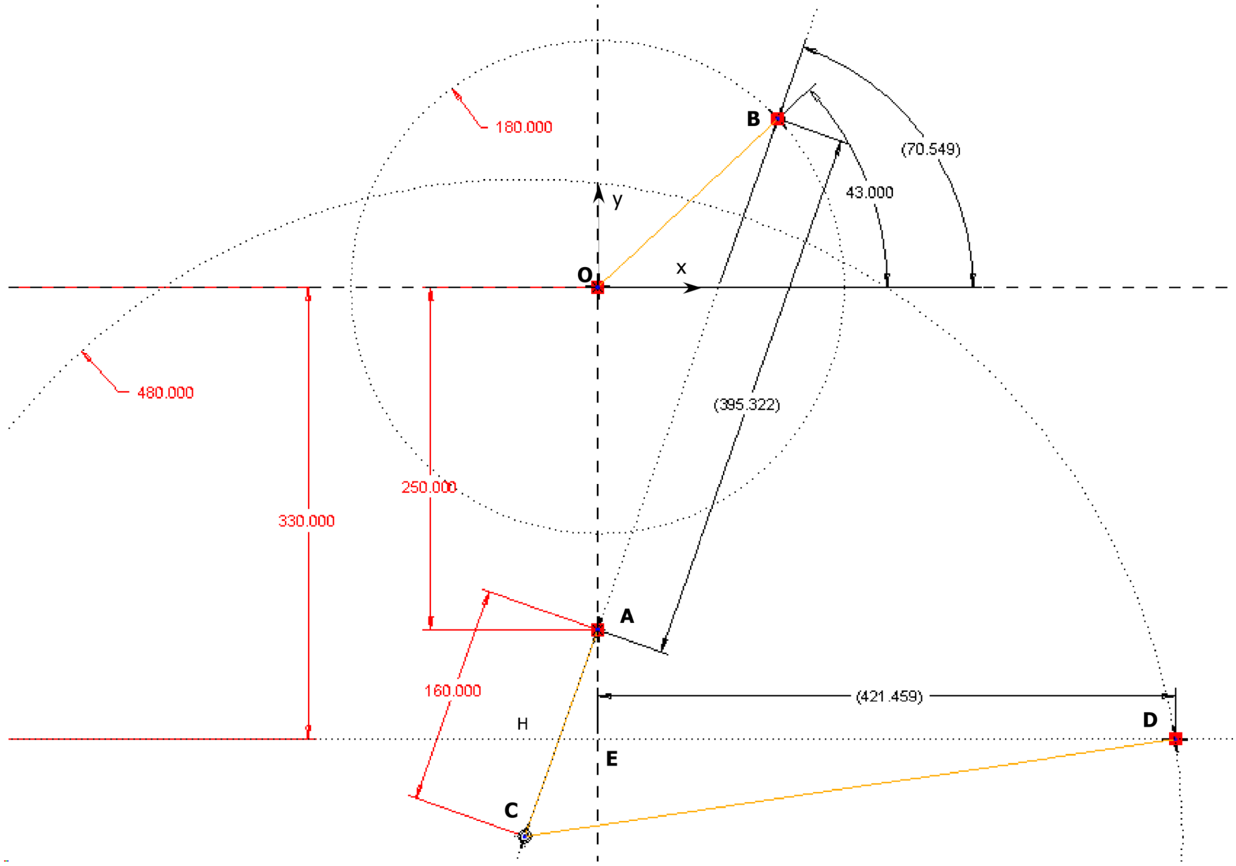

Figura 3: posizione del meccanismo per $\vartheta_2 = 43°$

Assumendo $\dot{\vartheta}_2 = \omega_2 = 1 rad/s$ e $\ddot{\vartheta}_2 = \dot{\omega}_2 = 0 rad/s^2$ (velocità ingresso costante) si possono costruire poligoni di velocità:

$$\mathbf{v}_{B2} = \mathbf{v}_{B3} = \boldsymbol{\omega}_2 \times (\mathbf{B} - \mathbf{O}) \qquad (2)$$

da cui si ricava $\mathbf{v}_{B3}$ (Figura 4)

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{B4} = \mathbf{v}_{B3} + \mathbf{v}_{B4\_3} \\ \mathbf{v}_{B4} = \boldsymbol{\omega}_4 \times (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \end{cases} \tag{3}$$

da cui si ricava $\mathbf{v}_{B4}, \mathbf{v}_{B4\_3}, \omega_4$ (Figura 4).

In particolare, $\omega_4 = v_{B4} / l_{AB} = 159{,}59 / 395{,}32 = 0{,}4 rad / s$ positiva (verso antiorario)

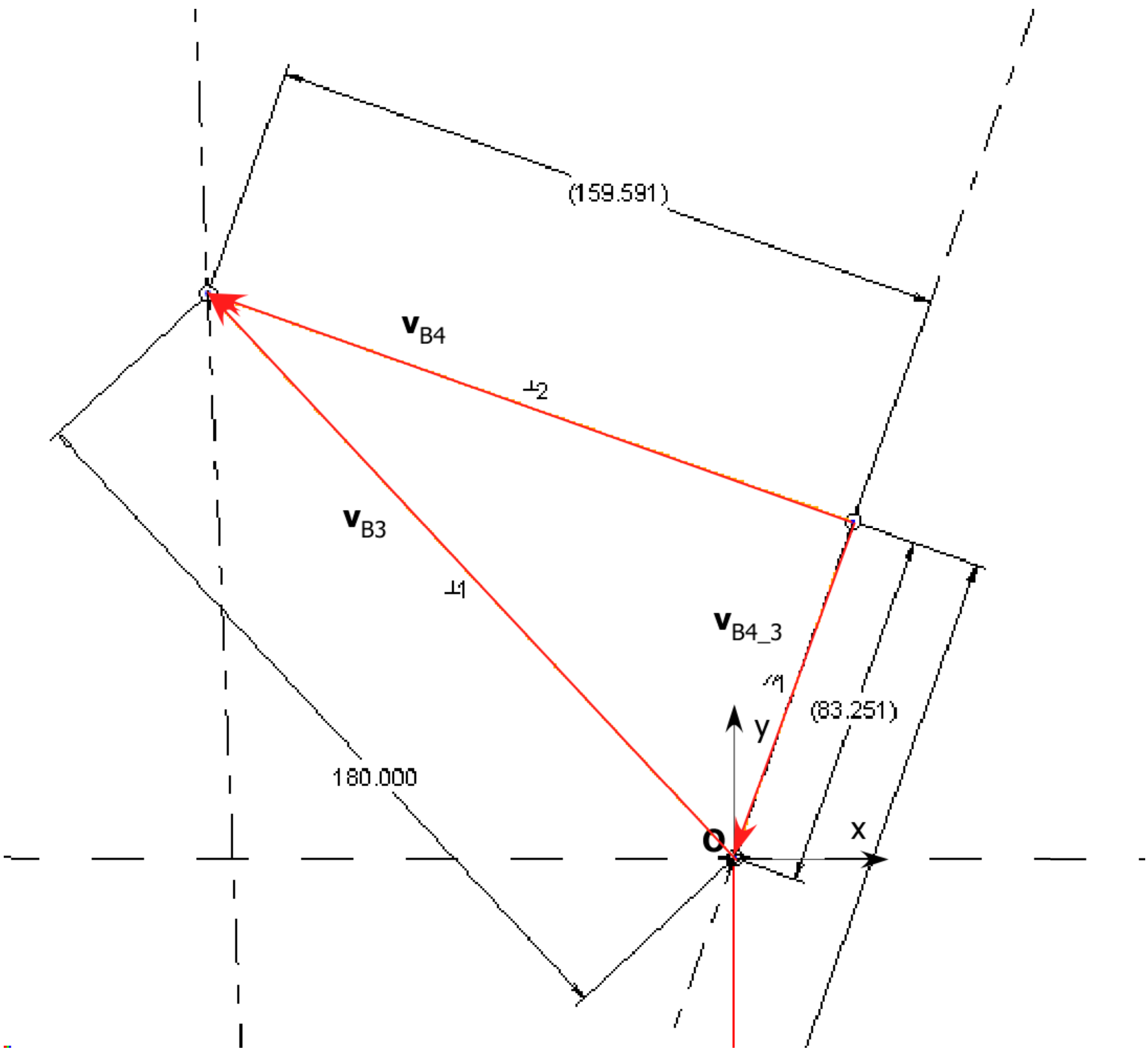

Figura 4: primo poligono velocità

Proseguendo si ha

$$\mathbf{v}_{C4} = \boldsymbol{\omega}_4 \times (\mathbf{C} - \mathbf{A}) \tag{4}$$

da cui si ricava $\mathbf{v}_{C4}$ ($v_{C4} = \omega_4 l_{AC} = 0{,}4 \cdot 160 = 64 mm / s$, i dati in Figura 5 non sono approssimati).

E infine

$$\begin{cases} \mathbf{v}_D = \mathbf{v}_C + \mathbf{v}_{D\_C} = \mathbf{v}_C + \boldsymbol{\omega}_5 \times (\mathbf{D}-\mathbf{C}) \\ \mathbf{v}_D \ \ \text{orizzontale} \end{cases} \tag{5}$$

da cui (Figura 5) si ricava $\mathbf{v}_D, \omega_5 = v_{D\_C} / l_5 = 21,75/480 = 0,0453 rad/s$, verso antiorario.

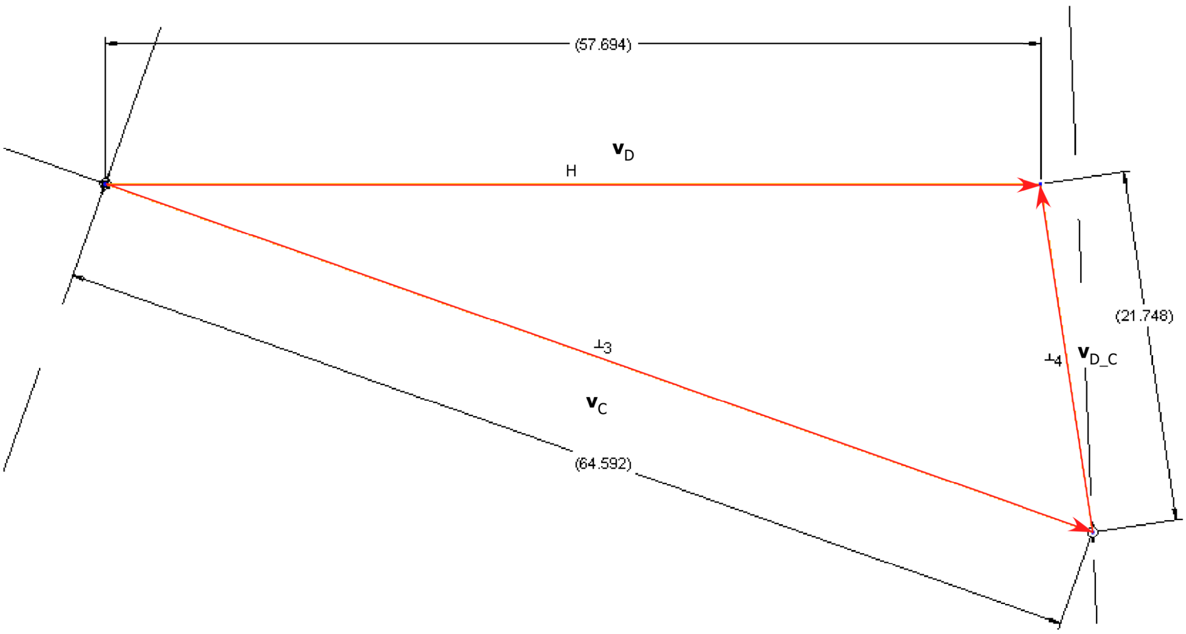

Figura 5: secondo poligono velocità

- **seconda domanda**

ANALISI DI ACCELERAZIONE

Ricordando che $\dot{\vartheta}_2 = \omega_2 = 1 rad/s$ e $\ddot{\vartheta}_2 = \dot{\omega}_2 = 0 rad/s^2$ (velocità ingresso costante), si può costruire il primo poligono di accelerazione, in accordo alla seguenti relazioni:

$$\mathbf{a}_{B2} = \mathbf{a}_{B3} = -\omega_2^2 (\mathbf{B}-\mathbf{O})$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{B4} = \mathbf{a}_{B3} + 2\boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{v}_{B4\_3} + \mathbf{a}_{B4\_3} = \mathbf{a}_{B3} + \mathbf{a}_{COR\_4\_3} + \mathbf{a}_{B4\_3} \\ \mathbf{a}_{B4} = \mathbf{a}_{nB4} + \mathbf{a}_{tB4} = -\omega_4^2 (\mathbf{B}-\mathbf{A}) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_4 \times (\mathbf{B}-\mathbf{A}) \end{cases} \tag{6}$$

in cui:

$$\begin{aligned} a_{B2} &= a_{B3} = \omega_2^2 l_2 = 1^2 \cdot 180 = 180 mm/s^2 \\ a_{COR\_4\_3} &= 2\left|\boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{v}_{B4\_3}\right| = 2 \cdot 0,4 \cdot 83,25 = 66,6 mm/s^2 \\ a_{nB4} &= \omega_4^2 l_{4\_AB} = 0,4^2 \cdot 395,32 = 63,25 mm/s^2 \end{aligned} \tag{7}$$

e da cui si ricava $\mathbf{a}_{B3}, \mathbf{a}_{B4}, \mathbf{a}_{B4\_3}, \dot{\omega}_4$ (Figura 6)

In particolare, $\dot{\omega}_4 = a_{tB4} / l_{AB} = 16,65/395,32 = 0,042 rad/s^2$ positiva (verso antiorario)

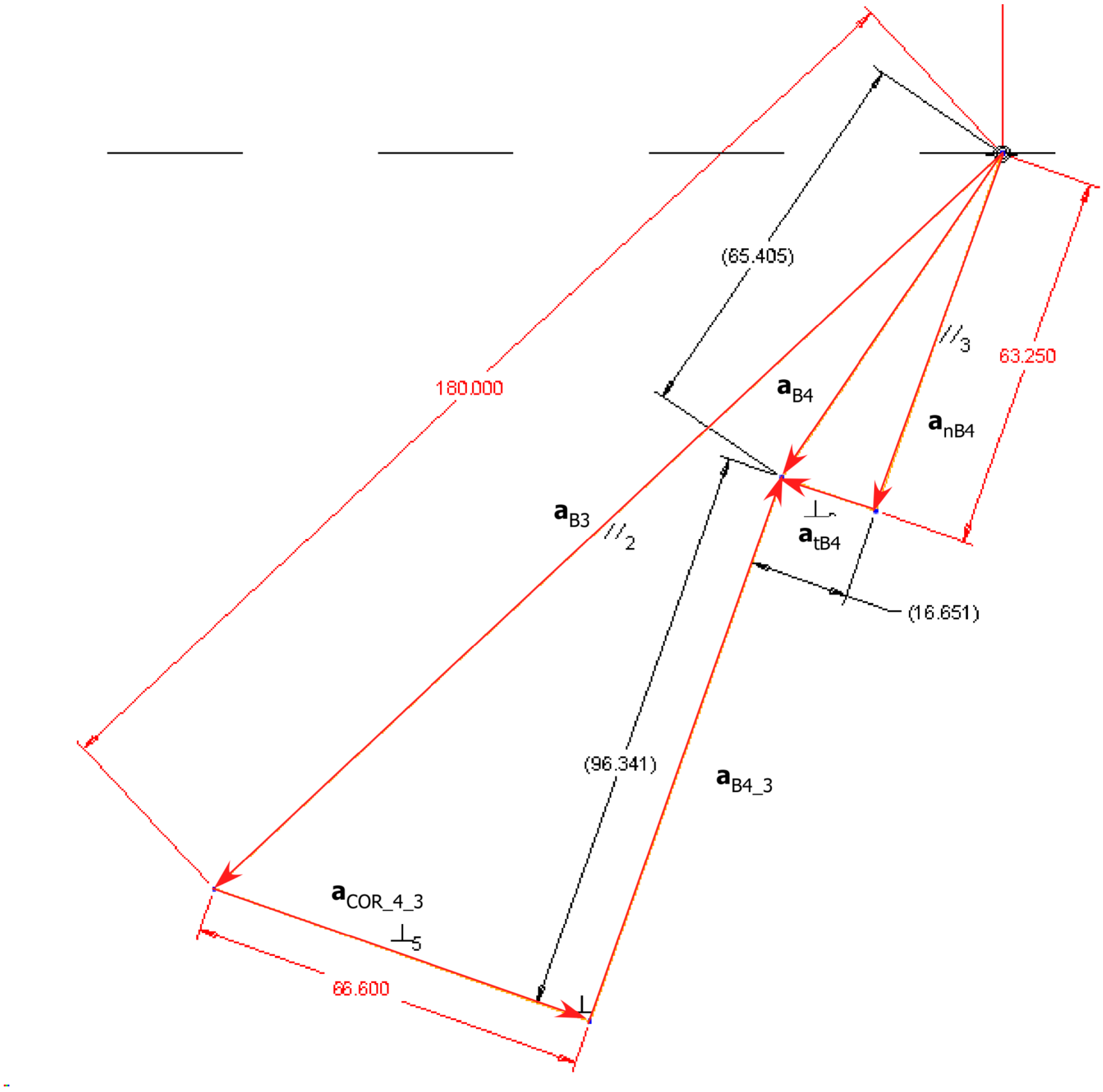

Figura 6: primo poligono accelerazioni

Si può ora costruire il secondo poligono di accelerazione, in accordo alla seguenti relazioni:

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_{nC} + \mathbf{a}_{tC} = -\omega_4^2 \left(\mathbf{C}-\mathbf{A}\right) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_4 \times \left(\mathbf{C}-\mathbf{A}\right)$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_D = \mathbf{a}_C + \mathbf{a}_{nD5} + \mathbf{a}_{tD5} = \mathbf{a}_C - \omega_5^2 \left(\mathbf{D}-\mathbf{C}\right) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_5 \times \left(\mathbf{D}-\mathbf{C}\right) \\ \mathbf{a}_D \quad \text{orizzontale} \end{cases} \tag{8}$$

in cui:

$$\begin{aligned} a_{nC} &= \omega_4^2 l_{4\_AC} = 0,4^2 \cdot 160 = 25,6 mm/s^2 \\ a_{tC} &= \dot{\omega}_4 l_{4\_AC} = 0,042 \cdot 160 = 6,7 mm/s^2 \\ a_{nD5} &= \omega_5^2 l_5 = 0,045 \cdot 480 = 21,6 mm/s^2 \end{aligned} \tag{9}$$

e da cui si ricava $\mathbf{a}_C, \mathbf{a}_D, \dot{\omega}_5$ (Figura 7).

Infine, $\dot{\omega}_4 = a_{tD} / l_5 = 18,93/480 = 0,039 rad/s^2$ negativa (verso orario)

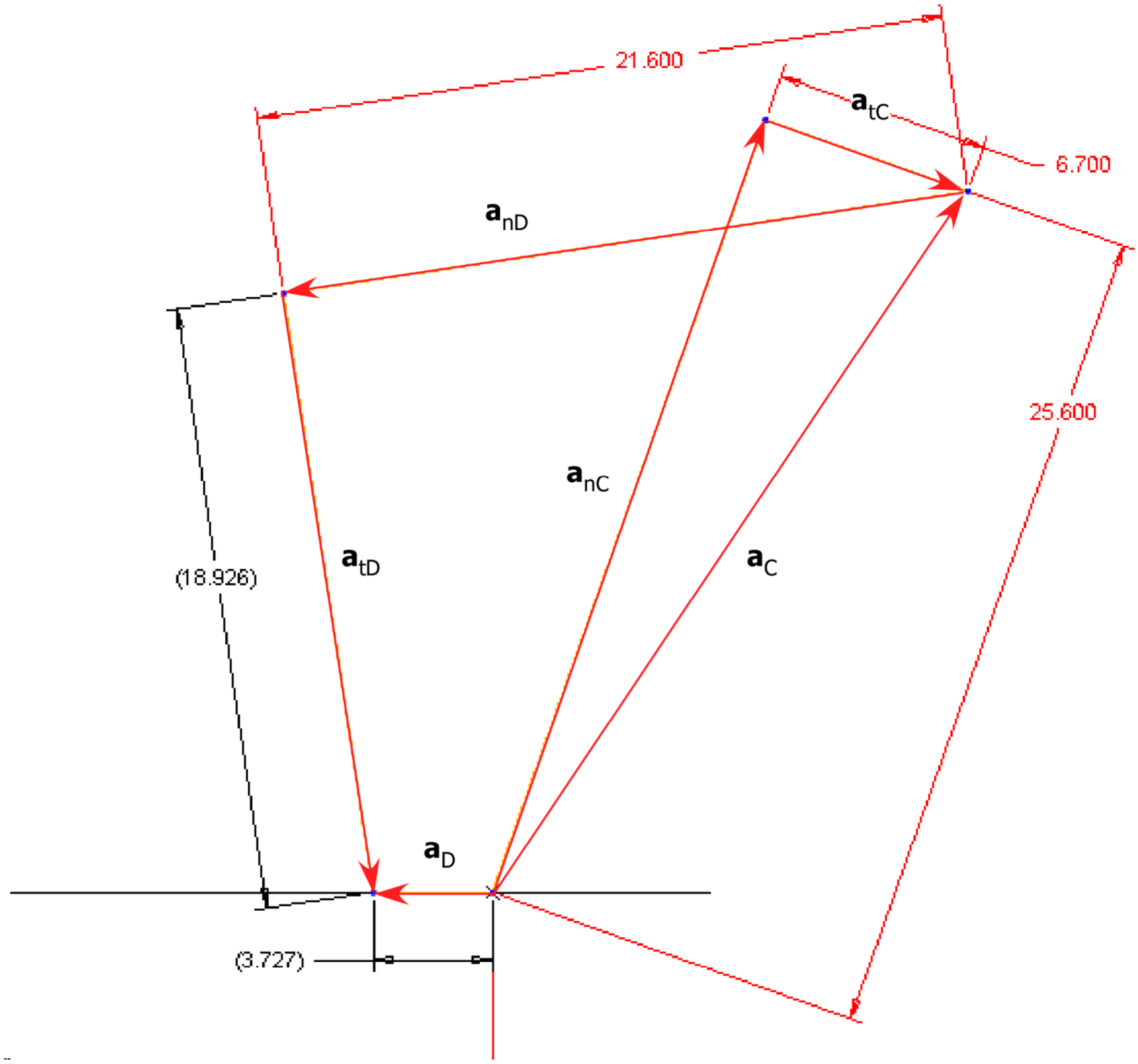

Figura 7: secondo poligono accelerazioni

FINE ESERCIZIO 3